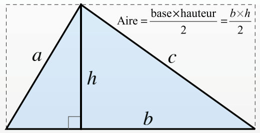
Les formes géométriques

La géométrie est un domaine des mathématiques ayant pour objet l'étude de l'espace et des figures qui peuvent l'occuper. Étudiée depuis l'Antiquité, la géométrie est toujours utilisée dans des domaines aussi variés que la navigation, l'architecture, le dessin industriel, l'astronomie et la théorie de la relativité, les jeux vidéos et les images de synthèse, mais aussi dans le design ou encore… la mode !

AIRE DE FIGURES PLANES

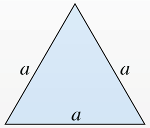
Triangles :



$\text{Aire} = \frac{\text{base}\times\text{hauteur}}{2} = \frac{b\times h}{2}$

Triangle quelconque

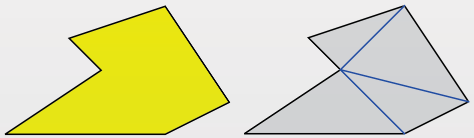
Formule alternative : $\text{Aire} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ avec $s = \frac{a+b+c}{2}$



Triangle équilatéral

$\text{Aire} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

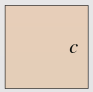
Polygones quelconques :



La triangulation

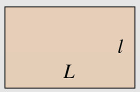
On peut déterminer l'aire d'un polygone quelconque en le décomposant en une union de triangles.

Quadrilatères usuels :



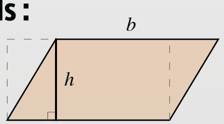
Carré

$\text{Aire} = c^2$



Rectangle

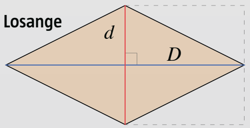
$\text{Aire} = \text{Longueur}\times\text{largeur} = L\times l$



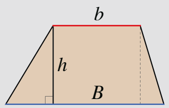
Parallélogramme

$\text{Aire} = \text{base}\times\text{hauteur} = b\times h$

Losange



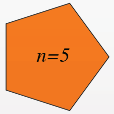
$\text{Aire} = \frac{\text{grande diagonale}\times\text{petite diagonale}}{2} = \frac{D\times d}{2}$



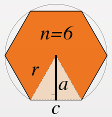
Trapèze

$\text{Aire} = \frac{(\text{petite base} + \text{grande base})\times\text{hauteur}}{2} = \frac{(b+B)\times h}{2}$

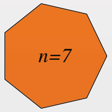
Polygones réguliers



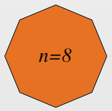
Pentagone



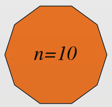
Hexagone



Heptagone



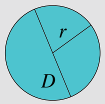
Octogone



Décagone

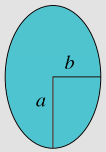
$\text{Aire} = \frac{n\times c\times a}{2} = \frac{n\times r^2}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

Disque



$\text{Aire} = \pi\times r^2 = \frac{\pi\times D^2}{4}$

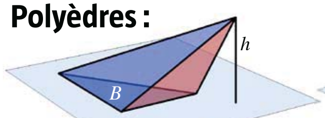
Ellipse



$\text{Aire} = \pi\times a\times b$

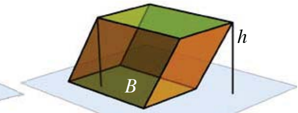
VOLUME ET AIRE DE SOLIDES

Polyèdres :



Tétraèdre (quelconque)

$\text{Volume} = \frac{\text{Base}\times\text{hauteur}}{3} = \frac{B\times h}{3}$

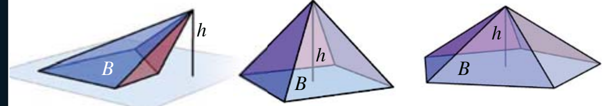


Parallélépipède (quelconque)

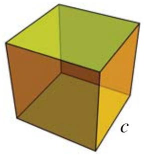
$\text{Volume} = \text{Base}\times\text{hauteur} = B\times h$

On peut déterminer le volume d'un polyèdre en le décomposant en une union de tétraèdres.

Quelques pyramides



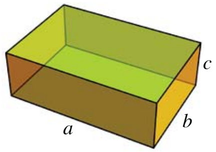
$\text{Volume} = \frac{\text{Base}\times\text{hauteur}}{3} = \frac{B\times h}{3}$



Cube

$\text{Volume} = c^3$

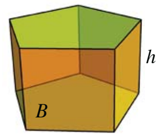
$\text{Aire} = 6\times c^2$



Parallélépipède rectangle

$\text{Volume} = a\times b\times c$

$\text{Aire} = 2\times(a\times b + a\times c + b\times c)$



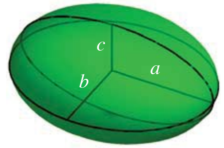
Prisme droit

$\text{Volume} = \text{Base}\times\text{hauteur} = B\times h$

Sphère

$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi\times r^3$

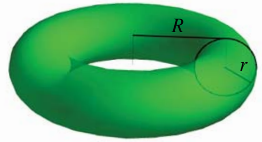
$\text{Aire} = 4\pi\times r^2$



Ellipsoïde

$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi\times a\times b\times c$

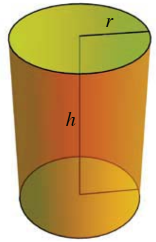
Comme pour le périmètre de l'ellipse, on ne dispose pas de formule élémentaire pour le calcul de l'aire de l'ellipsoïde.



Tore

$\text{Volume} = 2\pi^2\times r^2\times R$

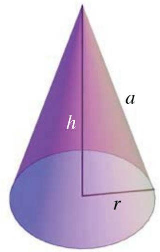
$\text{Aire} = 4\pi^2\times r\times R$



Cylindre circulaire droit

$\text{Volume} = \pi\times r^2\times h$

$\text{Aire} = 2\times\pi\times r\times(r+h)$

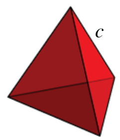


Cône circulaire droit

$\text{Volume} = \frac{\text{Base}\times\text{hauteur}}{3} = \frac{1}{3}\pi\times r^2\times h$

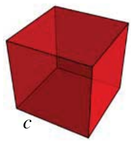
$\text{Aire} = \pi\times r\times(r+a) = \pi\times r\times\left(r+\sqrt{r^2+h^2}\right)$

Tétraèdre régulier



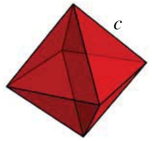
$\text{Volume} = \frac{\sqrt{2}}{12}c^3$

Cube



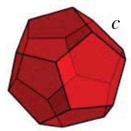
$\text{Volume} = c^3$

Octaèdre



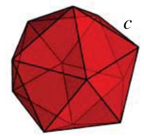
$\text{Volume} = \frac{\sqrt{2}}{3}c^3$

Dodécaèdre



$\text{Volume} = \frac{15+7\sqrt{5}}{4}c^3$

Icosaèdre



$\text{Volume} = \frac{15+5\sqrt{5}}{12}c^3$

Polyèdres réguliers convexes ou solides platoniciens. Au nombre de cinq, ils ont chacun des faces isométriques et des arêtes de même longueur.

Auteur : Michel Rigo, Département de Mathématiques, Université de Liège

Pour en savoir plus : www.ulg.ac.be/sciences/postersQS

Editeur responsable: P. Hurbain - 100 rue Royale - 1000 Bruxelles.

LE SOIR